

1. 可換群の条件 (結合則, 単位元, 交換則) は自明.
逆元は GCD が 1 であることから, $ax + bm = 1$ とできるので, $ax \equiv 1(\text{mod}.m)$ とできる.
あとはその中で元の集合に含まれるのがただ一つであることをいう.
2. $a + a + \dots + a$ (b 個) $= \langle a, b \rangle$ とかくとする.
 $n = n_1 n_2$ ($n_1, n_2 > 1$) とすると (n が素数でないとする),

$$\begin{aligned} \langle 1, n \rangle &= 0 \\ \langle \langle 1, n_1 \rangle, n_2 \rangle &= 0 \\ \langle 1 \cdot \langle 1, n_1 \rangle, n_2 \rangle &= 0 \\ \langle 1, n_2 \rangle \cdot \langle 1, n_1 \rangle &= 0 \\ \langle 1, n_2 \rangle &= 0 \cdot \langle 1, n_1 \rangle^{-1} = 0 \end{aligned}$$

n の最小性に反する.

ただし, 零環では標数は 1 になり素数ではない.