

- $H \subseteq G$
- $\forall x \in G, e \circ x = x \circ e$
ゆえに, $e \in H$
- $x \in H$ とすると, $\forall y \in G, x \circ y = y \circ x$
 $(x^{-1} \circ (x \circ y)) \circ x^{-1} = (x^{-1} \circ (y \circ x)) \circ x^{-1}$
 $y \circ x^{-1} = x^{-1} \circ y$
 $x^{-1} \in H$
 ゆえに, $x \in H \Rightarrow x^{-1} \in H$
- $x, y \in H$ とすると, $\forall z \in G, x \circ z = z \circ x$ かつ $y \circ z = z \circ y$
 $(x \circ y) \circ z = z \circ (x \circ y)$
 $x \circ y \in H$
 ゆえに, $x, y \in H \Rightarrow x \circ y \in H$

以上より H は G の部分群である.