

平成 14 年度

東京大学大学院情報理工学系研究科

コンピュータ科学専攻

入学試験問題

専門科目 I

解答

東京大学理学部情報科学科 2009

2012 年 8 月 7 日

問題 5

(a)

背理法で示す． L を受理する決定性有限オートマトンが存在すると仮定して，それを $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ とする．また， $N = |Q|$ とする．このとき，記号列 $w = a^{2N}b^{2N}$ を考える． $w \in L$ であるから， M による w の受理計算 $q_0, q_1, \dots, q_{2N}, p_1, p_2, \dots, p_{2N}$ が存在する．ところが，状態数は全部で $|Q|$ 個しか無いので，状態 q_0, q_1, \dots, q_{2N} には重複がある．すなわち，ある $0 \leq i < j \leq N$ が存在して， $q_i = q_j$ となっている．そこで，上の受理計算において，状態 q_i から q_j の間をスキップした計算 $q_0, q_1, \dots, q_i, q_{j+1}, \dots, q_{2N}, p_1, p_2, \dots, p_{2N}$ を考えると，この計算より記号列 $a^{2N-(j-i)}b^{2N}$ が受理されている．ところがこの記号列は L に明らかに含まれないため，これは矛盾である．よって言語 L は正則でない．

(b)

範囲外のため省略．

問題 6

反復深化法とは、まず 1 手までの縦優先探索を行ない、それで解が見つからない場合は 2 手までを探索し、それでも解が見つからない場合は 3 手までを探索し...と、手数の上限值を与えた縦優先探索を行うアルゴリズムである。

この探索法を使うメリットは 2 つある。まず、縦優先探索と同じくメモリの使用量が少なくすむことである。もう 1 つは横優先探索と同じく解があるならば必ず停止し、その解は必ず最短手数であるということである。

專門科目 II

問題 11

(1)

$p = (p_0, p_1, \dots, p_n), q = (q_0, q_1, \dots, q_n)$ と置くと, pMq^T である. 計算すると $\sum p_i q_j m_{ij}$ になって確かに期待値の定義と一致する.

(2)

$Mp^T = (a_0, a_1, \dots, a_n)^T$ と置く. このとき, $\max(a_0, a_1, \dots, a_n) = a_k$ を満たす k を求め,

$$p_i = \begin{cases} 1 & (i = k) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

とすればよい.

(3)

$pM = (b_0, b_1, \dots, b_n)$ と置く. このとき, $\min(b_0, b_1, \dots, b_n) = b_l$ を満たす l を求め,

$$q_i = \begin{cases} 1 & (i = l) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

とすればよい.

(4)

任意の 2 人ゼロ和ゲームは混合戦略において均衡が存在するというミニマックス定理によりこの等式は成り立つ.(詳しい証明は参考文献参照のこと)

この等式の意味は, 想定される最大の損害が最小になるように決断を行うのと, 想定される最小の利益が最大になるように決断を行うのと, 期待される利益が同じになるということである.

参考文献

[1] <http://web.econ.keio.ac.jp/staff/ito/pdf99/me99game.pdf>