全探索おねえさんに教えてあげたいZDD

ZDD Algorithm for Miss Brute Force

第1回なんでも勉強会

東京大学理学部情報科学科4年
矢野 洋祐

――それでもね。私は皆に「組み合わせ爆発のすごさ」を教えたいの!止めないで!

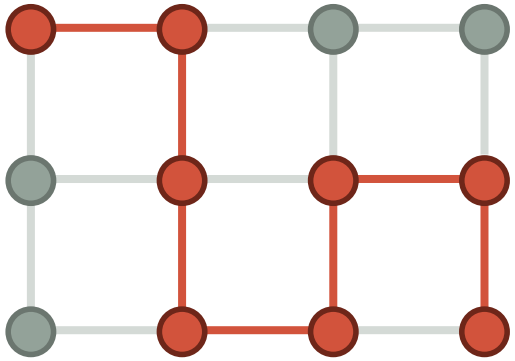
(www.youtube.com/watch?v=Q4gTV4r0zRs)

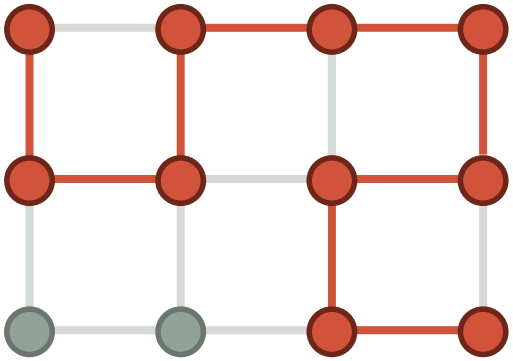
テーマ

- ZDD(Zero-suppressed Binary Decision Diagram)を用いて全探索おねえさんを全力で止める

問題設定

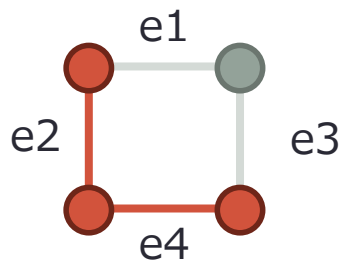
- 無向グラフ $G(V, E)$
  （元ネタ動画中では $n \times n$ のグリッドグラフ）
- 点 s から点 t へのパスであって
  同じ点を2回通らないものの数は?

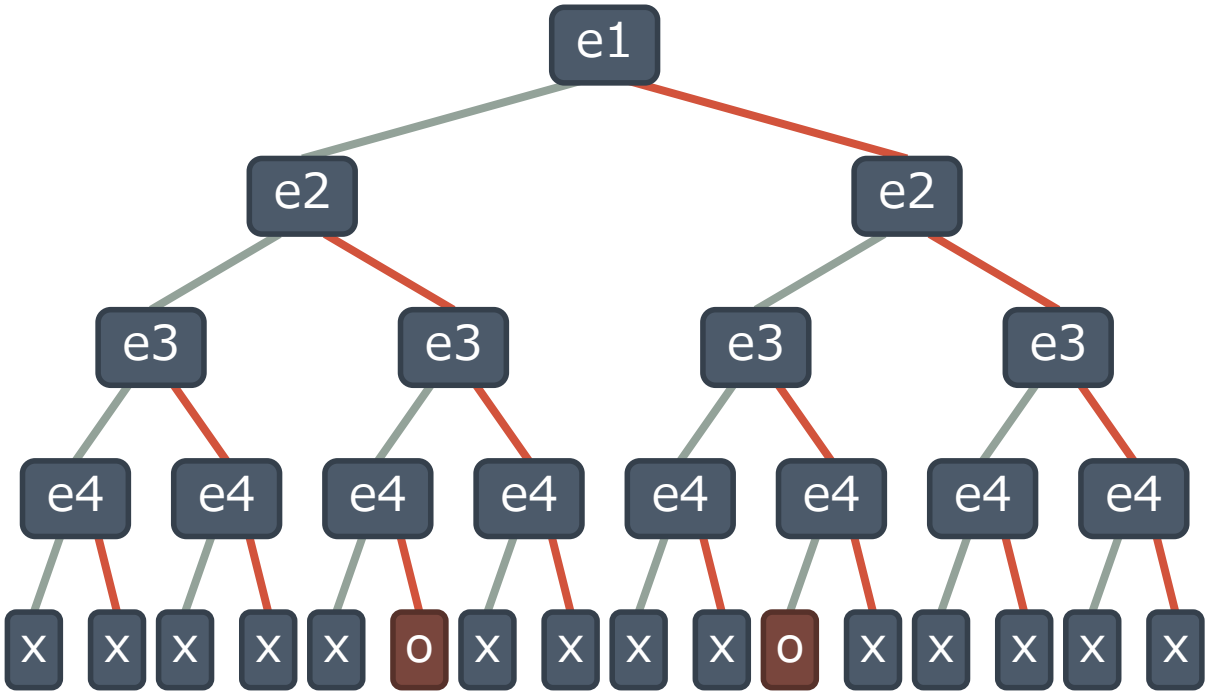




全探索

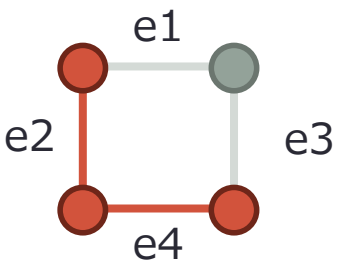
- それぞれの辺を使うか使わないかの二分木を作り、全てについてvalidなパスかどうかを調べる
- このような図をBDD(Binary Decision Diagram)という

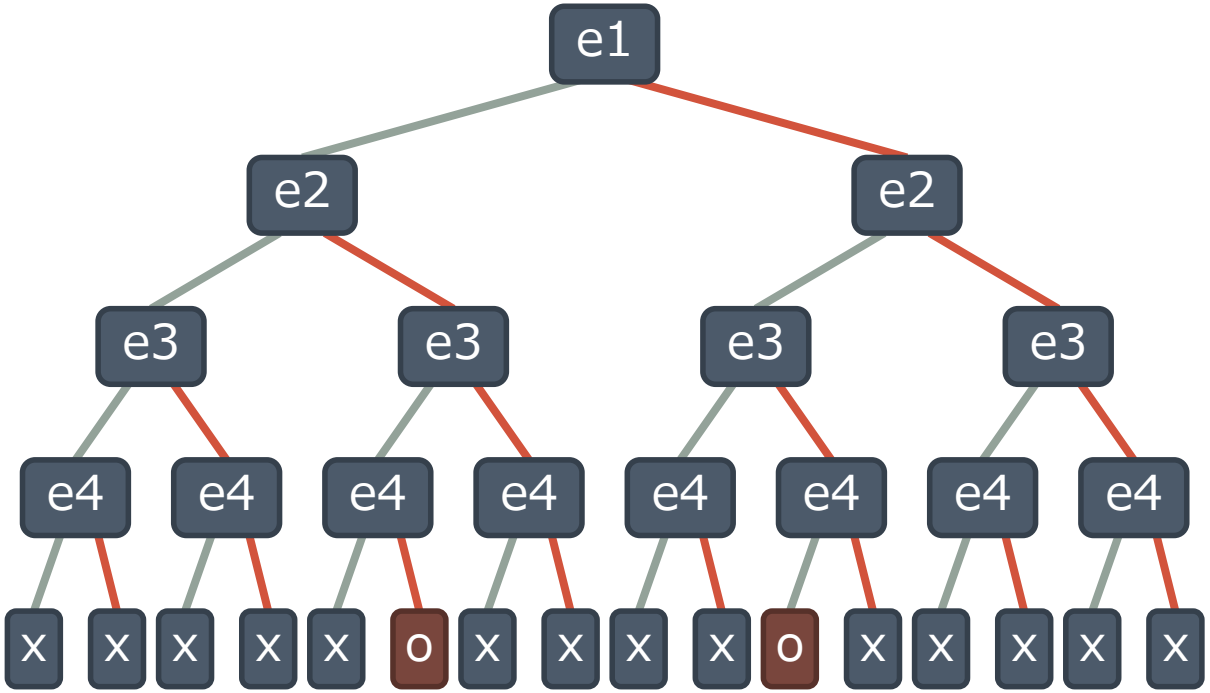




全探索

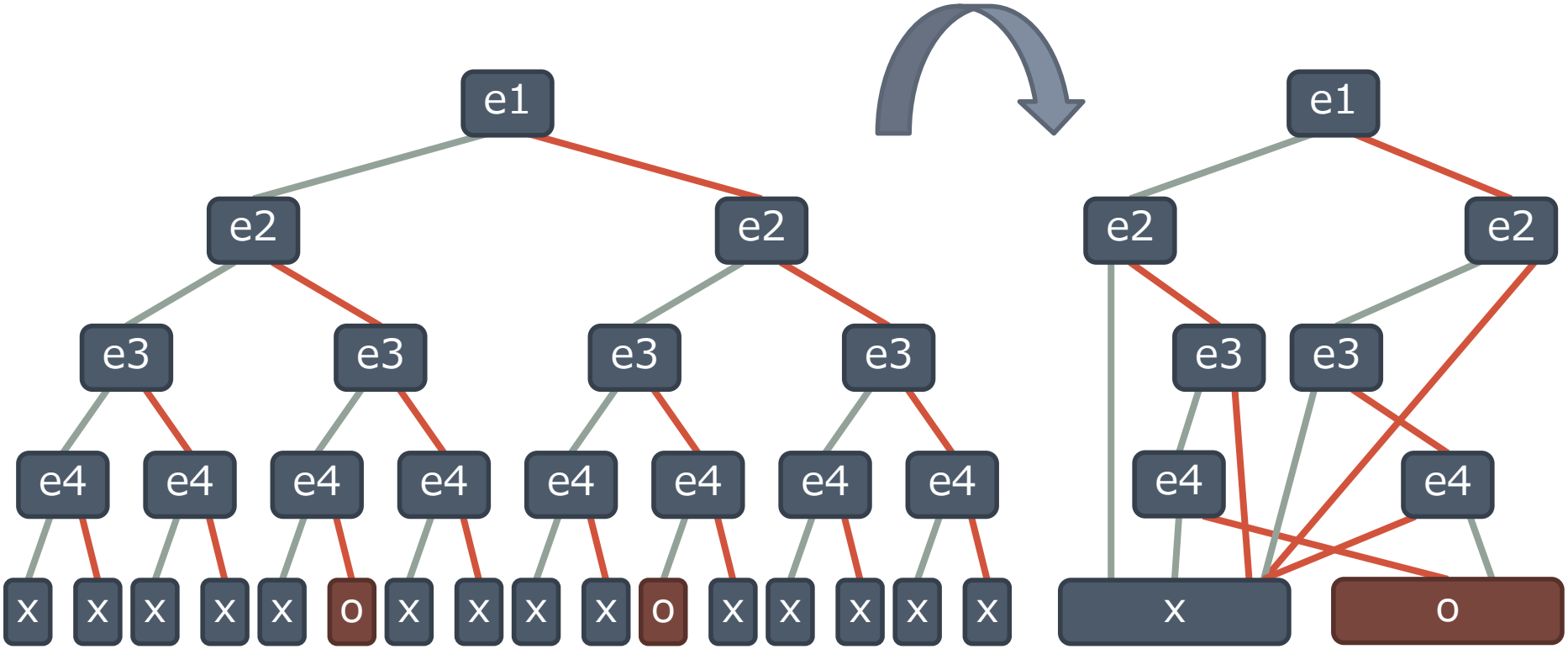
- BDDの辺数は $2^{|E|+1} - 2$ 本
- 10×10の場合$|E| = 180$ より辺数≒3×10^{54}
  （そりゃ25万年かかるわ）





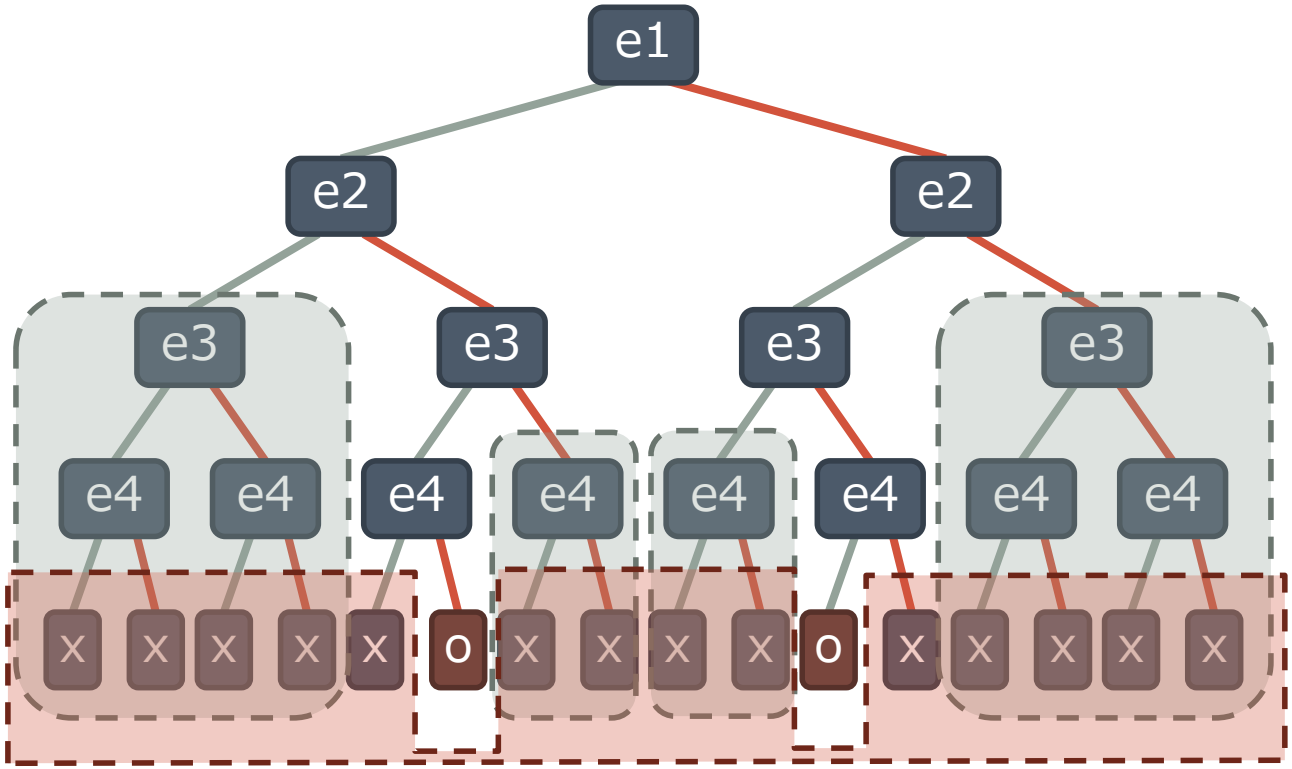
ZDD

- BDDを簡約してDAG(Directed Acyclic Graph)にする



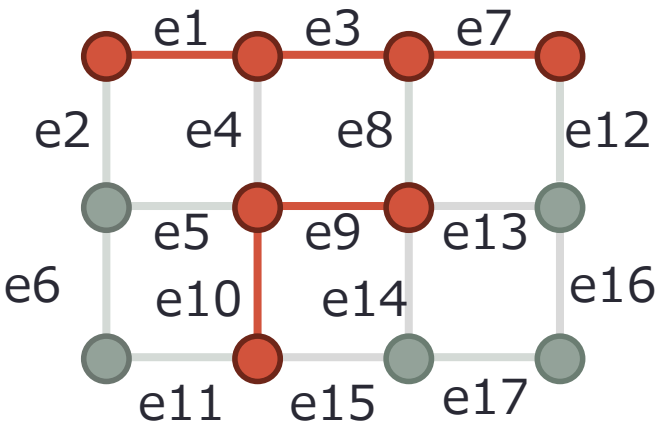
ZDD

- 明らかにxにしか到達しない部分を省く
- 子の部分木が一致するような部分を同一視する



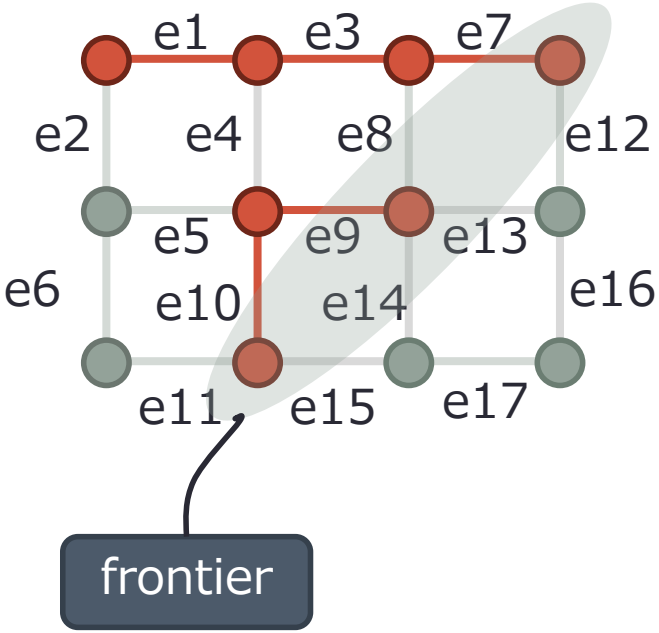
SIMPATH

- Knuth先生のアルゴリズム
- 点と辺に幅優先順などで番号を付ける
- frontierとmateという概念を用いて子が同じノードをまとめながらZDDを作成する



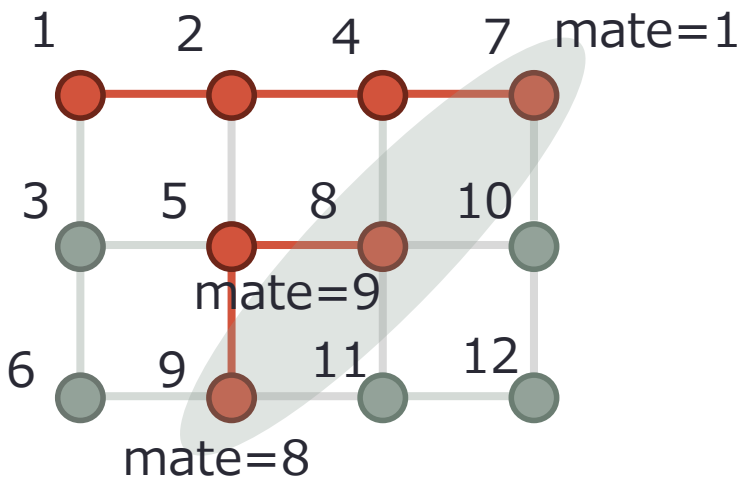
SIMPATH

- すでにZDDを構成した辺にとまだ構成していない点の両方に接続している点をfrontierという



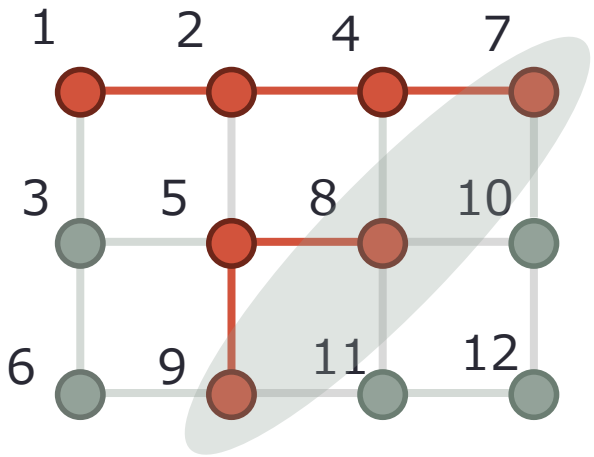
SIMPATH

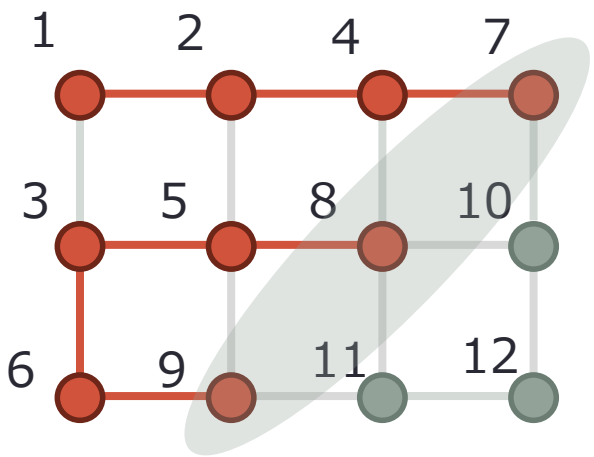
- frontierの頂点それぞれについてその辺の他端がどの頂点かという情報を持っておく(mate)



SIMPATH

- frontierのmateが同じであれば
  その下の部分木は同じになる！！！！！！！！
- つまり以下の二つの状態は同じとみなせるので
  ZDDのノードをまとめられる





SIMPATH

- あとは自明な枝狩りなど
  - スタートから辺が2本以上出たらx
  - 自己閉路ができたらx(mateによって判定できる)
- このようにすることで無駄のないZDDが作成できる！
- あとは数え上げるだけ！
  (ZDDについてDP的なことをすればよいと思います)

ということで

おねえさんZDD使いましょう
（ゆーて21×21ぐらいが限度らしい）

ご清聴ありがとうございました